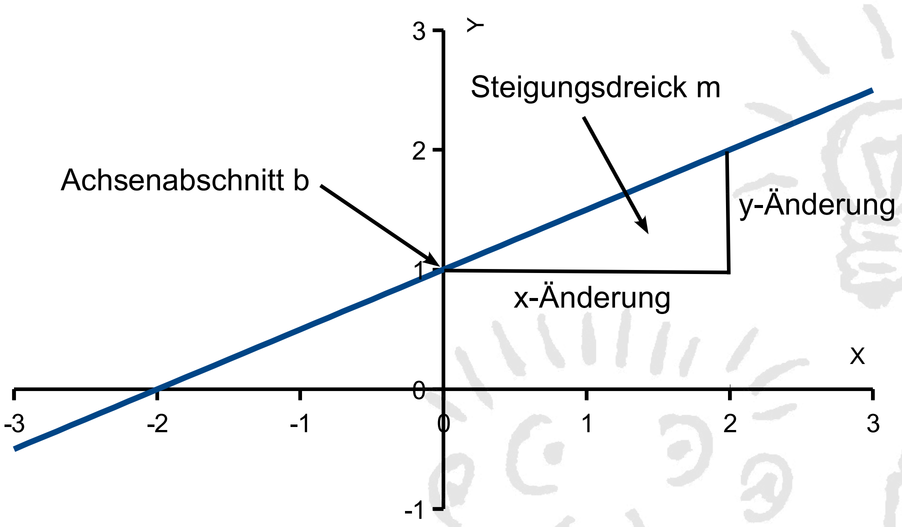
Die lineare Funktion:

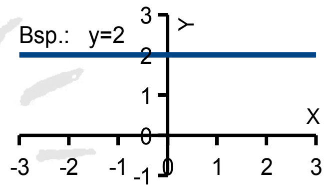
1. Die allgemeine Form:

y=mx+b

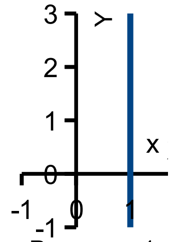


Sonderfälle:

y=b



x=z



1. Achsenabschnitt b:

Der Achsenabschnitt ist der Schnittpunkt mit der y-Achse.
Er wird beim Zeichnen der Funktion als erstes eingetragen.

2. Steigungsdreieck m:

Das Steigungsdreieck gibt die Steilheit der Geraden an.

m > 0 Gerade verläuft steigend
m < 0 Gerade verläuft fallend

$$m = \frac{\text{y-Änderung}}{\text{x-Änderung}} = \frac{\text{hoch (m > 0) oder runter (m < 0)}}{\text{rechts}}$$

Das Steigungsdreieck zählt man beim Einzeichnen am Besten vom Achsenabschnitt aus ab.

Einige Beispiele zum Steigungsdreieck:

$$m = 3 = \frac{+3}{1} = \frac{\text{3 hoch}}{\text{1 rechts}} \qquad m = -\frac{2}{5} = \frac{-2}{5} = \frac{\text{2 runter}}{\text{5 rechts}}$$

$$m = 0{,}2 = \frac{0{,}2}{1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{\text{1 hoch}}{\text{5 rechts}}$$

2. Aufstellen der Funktionsgleichung aus zwei Punkten P_1, und P_2:

$P_1\ (x_1 \mid y_1)$
$P_2\ (x_2 \mid y_2)$

Erster Schritt: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Zweiter Schritt: $b = y_1 - (m \cdot x_1)$

Einsetzen von m und b: $y = m\,x + b$

3. Aufstellen der Funktionsgleichung mittels Punkt P_1, und der Steigung m:

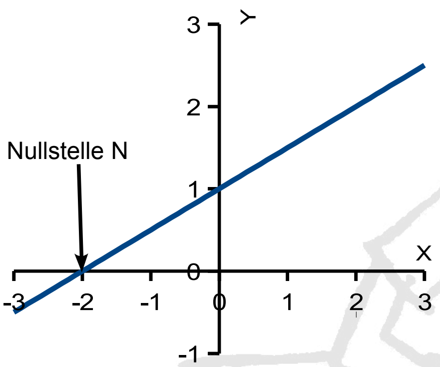
$P_1\ (x_1 \mid y_1)$
m

Erster Schritt: $b = y_1 - (m \cdot x_1)$

Einsetzen von m und b: $y = m\,x + b$

4. Die Nullstelle N der Geraden:

y=mx+b



$y = mx + b$

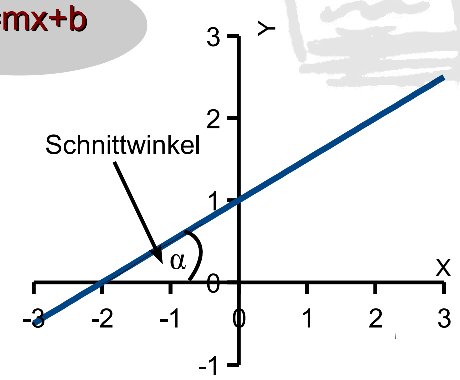
$0 = m \cdot x_N + b \mid$ umstellen nach x_N

$x_N = \dfrac{-b}{m}$

$N\,(x_N \mid 0)$

5. Schnittwinkel α zwischen der Geraden und der x-Achse:

y=mx+b



Winkel α aus der Steigung m:

$\alpha = \arctan(m)$ oder $\alpha = \tan^{-1}(m)$

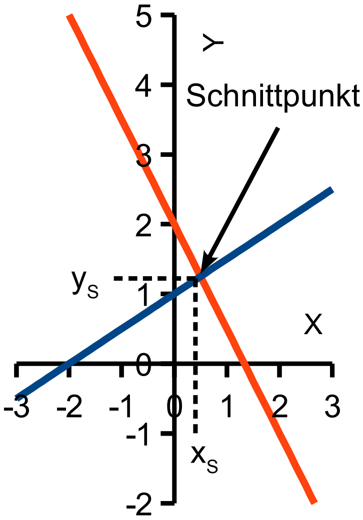
Steigung m aus dem Winkel α:

$m = \tan(\alpha)$

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de

6. Schnittpunkt zwischen zwei Geraden:

Gerade 1: $y=m_1x+b_1$
Gerade 2: $y=m_2x+b_2$



Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:

$$m_1 \cdot x_S + b_1 = m_2 \cdot x_S + b_2$$

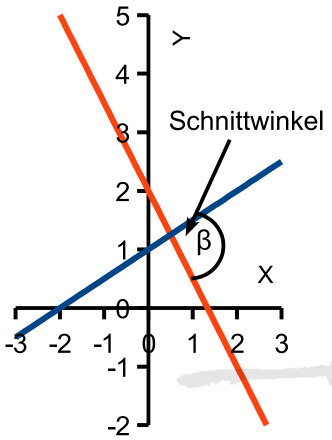
$$x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2} \qquad \text{(Auflösen nach } x_S\text{)}$$

$$y_s = m_1 \cdot x_s + b_1 \qquad \text{(Berechnen von } y_s\text{)}$$

$$S\,(x_S \,|\, y_S)$$

7. Schnittwinkel β zwischen zwei Geraden:

Gerade 1: $y=m_1x+b_1$
Gerade 2: $y=m_2x+b_2$



$$\beta = |\arctan(m_2) - \arctan(m_1)|$$

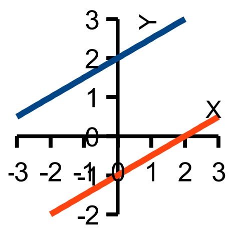
oder

$$\beta = |\tan^{-1}(m_2) - \tan^{-1}(m_1)|$$

8. Besondere Lagen von zwei Geraden:

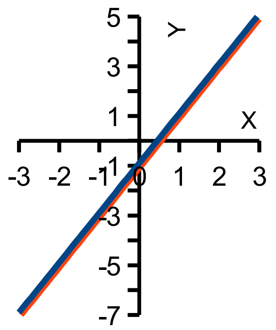
a) Geraden sind parallel:

Gerade 1: $y=m_1x+b_1$
Gerade 2: $y=m_2x+b_2$



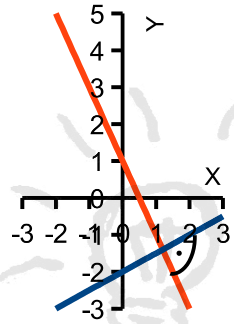
$$m_1 = m_2 \quad \text{und} \quad b_1 \neq b_2$$

b) Geraden sind identisch:



$m_1 = m_2$ und $b_1 = b_2$

c) Geraden sind rechtwinklig (orthogonal, senkrecht, lotrecht) zueinander:



$m_1 \cdot m_2 = -1$ oder anders $m_2 = -\dfrac{1}{m_1}$

9. Grundlegende Beispielrechnung zur linearen Funktion:

a) Fehlende y-Koordinate berechnen:

y=4x-1
P (3 | ?)

x-Wert in die Gleichung einsetzen und ausrechnen:

$y = 4 \cdot 3 - 1 = 11$ ==> $P(3 \mid 11)$

b) Fehlende x-Koordinate berechnen:

y=4x-1
P (? | -9)

y-Wert in die Gleichung einsetzen und nach x umstellen:

$-9 = 4 \cdot x - 1 \quad | +1$

$-8 = 4 \cdot x \quad | :4$

$-2 = x$ ==> $P(-2 \mid -9)$

c) Punktprobe:

y=4x-1
P_1 (-2 | 1)
P_2 (2 | 7)

Einsetzen der Punkte in die Funktion und Aussage prüfen:

P_1: $1 = 4 \cdot (-2) - 1$
$1 = -9$ falsche Aussage, P_1 liegt nicht auf der Geraden.

P_2: $7 = 4 \cdot 2 - 1$
$7 = 7$ wahre Aussage, P_2 liegt auf der Geraden.

d) Aufstellen der Funktionsgleichung aus zwei Punkten:

$P_1\,(-2 \mid 1)$
$P_2\,(1 \mid 7)$

Erster Schritt: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{7 - 1}{1 - (-2)} = \dfrac{6}{3} = 2$

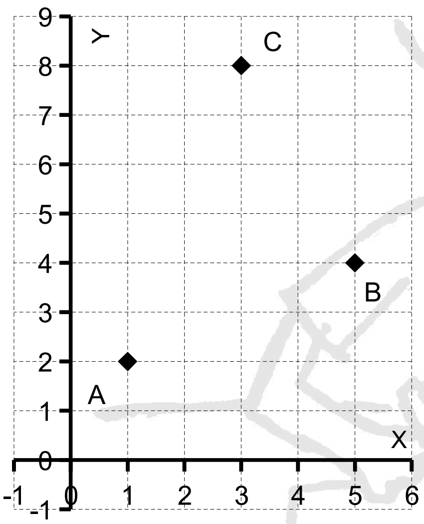
Zweiter Schritt: $b = y_1 - (m \cdot x_1) = 1 - (2 \cdot (-2)) = 1 + 4 = 5$

Einsetzen von m und b: $y = m\,x + b$ ==> $y = 2\,x + 5$

10. Beispielrechnung für eine komplexere Aufgabenstellung:

Zusatzformel: Abstand zweier Punkte im Koordinatensystem:

$P_1\,(x_1 \mid y_1) \quad P_2\,(x_2 \mid y_2) \qquad |P_1\,P_2| = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$



Vorgaben:

A (1 | 2)
B (5 | 4)
C (3 | 8)

a) Aufstellen der Geradengleichungen durch die Punkt A und B, sowie durch die Punkte A und C:

A (1 | 2)
B (5 | 4)

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{4 - 2}{5 - 1} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

$b = y_1 - (m \cdot x_1) = 2 - (0{,}5 \cdot 1) = 2 - 0{,}5 = 1{,}5$

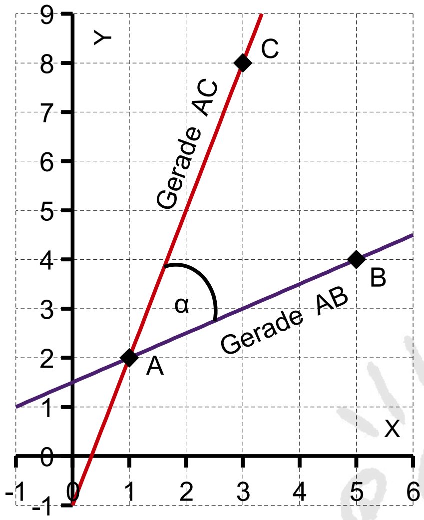
Gerade durch A und B: $y_{AB} = 0{,}5\,x + 1{,}5$

A (1 | 2)
C (3 | 8)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$b = y_1 - (m \cdot x_1) = 2 - (3 \cdot 1) = 2 - 3 = -1$$

Gerade durch A und C: $y_{AC} = 3x - 1$



Darstellung der beiden Geraden im Achsenkreuz.

Eintragung des Schnittwinkels α der beiden Geraden.

b) Berechnung des Schnittwinkels α der beiden Geraden:

$m_1 = m_{AB} = 0{,}5$
$m_2 = m_{AC} = 3$

$$\alpha = |\arctan(m_2) - \arctan(m_1)|$$

$$\alpha = |\arctan(3) - \arctan(0{,}5)|$$

$$\alpha = 45°$$

c) Berechnung der Lotgeraden y_l zur Geraden AC durch den Punkt B:

$y_{AC} = 3x - 1$
B (5 | 4)

1. Berechnung der Steigung m_l der Lotgeraden:

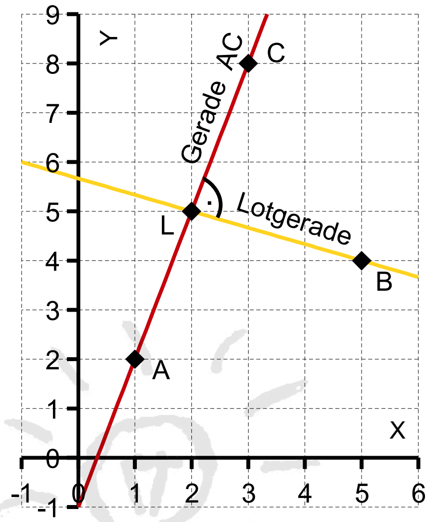
$$m_2 = -\frac{1}{m_1} \quad \text{oder} \quad m_l = -\frac{1}{m_{AC}} = -\frac{1}{3}$$

2. Berechnung des Achsenabschnittes b der Lotgeraden:

$$b = y_1 - (m \cdot x_1) = 4 - (-\frac{1}{3} \cdot 5) = 4 + \frac{5}{3} = 5\frac{2}{3}$$

3. Anganbe der Lotgeraden y_l: $y_l = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}$

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de



Darstellung der beiden Geraden im Achsenkreuz.

Eintragung des Schnittpunktes L der beiden Geraden.

d) Berechnung des Schnittpunktes L der beiden Geraden:

$y_{AC}=3x-1$
$y_l=-^1/_3x+5\,^2/_3$

1. Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:

$$m_1 \cdot x_S + b_1 = m_2 \cdot x_S + b_2$$
$$3 \cdot x_S - 1 = -\frac{1}{3} \cdot x_S + 5\frac{2}{3}$$

2. Auflösen nach x_S:

$$x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2} = \frac{5\frac{2}{3} + 1}{3 + \frac{1}{3}} = 2$$

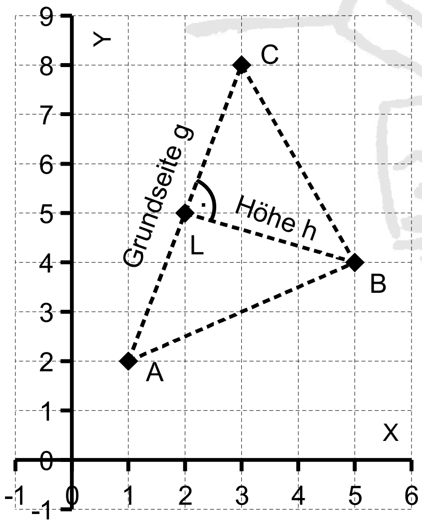
3. Berechnen von y_s:

$$y_s = m_1 \cdot x_s + b_1 = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

4. Angabe des Schnittpuktes L: $L\,(2\,|\,5)$

e) Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks ABC:

A (1 | 2)
B (5 | 4)
C (3 | 8)
L (2 | 5)



$P_1\,(x_1\,|\,y_1)$
$P_2\,(x_2\,|\,y_2)$ $\quad |P_1 P_2| = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$A\,(1\,|\,2)$
$C\,(3\,|\,8)$ $\quad |AC| = g = \sqrt{(8-2)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{10} \approx 6{,}32$

$B\,(5\,|\,4)$
$L\,(2\,|\,5)$ $\quad |BL| = h = \sqrt{(5-4)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{10} \approx 3{,}16$

Fläche berechnen: $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}{2} = 10$ FE

FE = Flächeneinheiten

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de