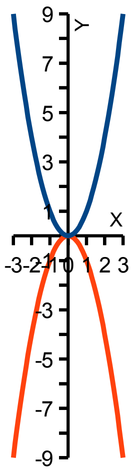
Die allgemeine Parabel:

1. Die Scheitelpunktsform:

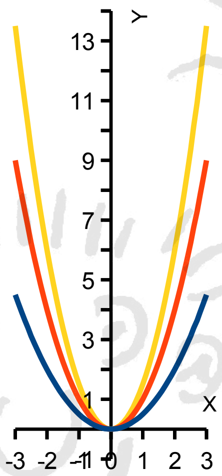
$f(x)=ax^2$



$a>0$ Öffnung der Parabel nach oben.

$a<0$ Öffnung der Parabel nach unten.

S (0|0)



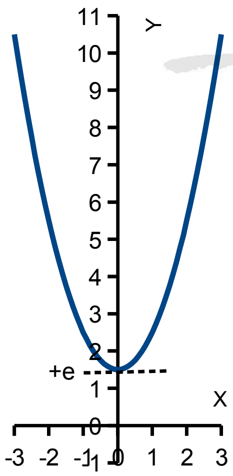
S (0|0)

$|a|>1$ Parabel ist gestreckt (schmaler als die Normalparabel).

$|a|=1$ Parabel ist die Normalparabel $f(x)=x^2$.

$0<|a|<1$ Parabel ist gestaucht (breiter als die Normalparabel).

$f(x)=ax^2+e$



S (0|+e)

Parabel ist um

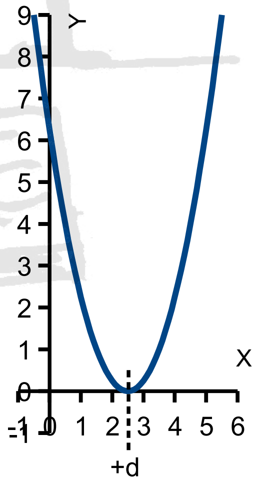
+e nach oben

oder

-e nach unten

verschoben.

$f(x)=a(x-d)^2$



S (+d|0)

Parabel ist um

-d nach rechts

oder

+d nach links

verschoben.

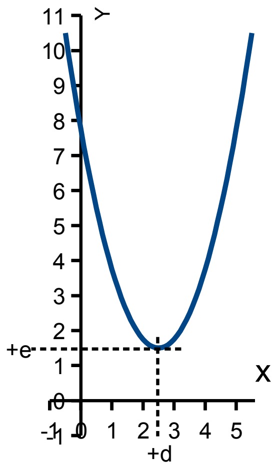
Achtung:

Das Vorzeichen

aus der Gleichung

drehen !!!

$f(x)=a(x-d)^2+e$



S (+d | +e)

Parabel ist um

1.: +e nach oben oder -e nach unten verschoben

2,; -d nach rechts oder +d nach links verschoben.

Achtung:

Bei d muß das Vorzeichen aus der Gleichung

gedreht werden !!!

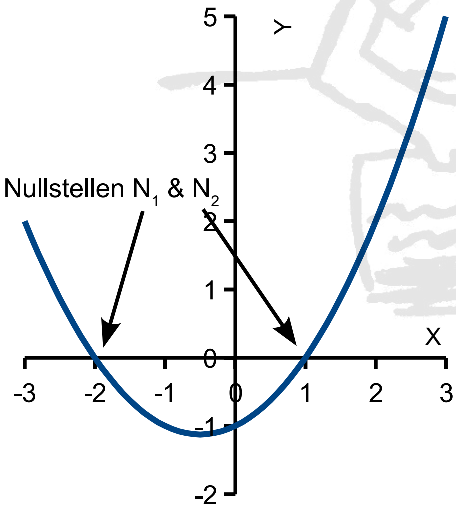
2. Die Normalform:

$f(x)=ax^2+bx+c$

Scheitelpunkt aus der Normalform:

$$S\left(\frac{-b}{2a}\,\middle|\, c-\frac{(b)^2}{4a}\right)$$

3. Die Nullstellen (Schnittpunkte mit der x-Achse):



$0=ax^2+bx+c$

$$0 = ax^2+bx+c \quad |:a$$

$$0 = x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a} \quad |\frac{b}{a}=p\,;\,\frac{c}{a}=q$$

$$0 = x^2+px+q$$

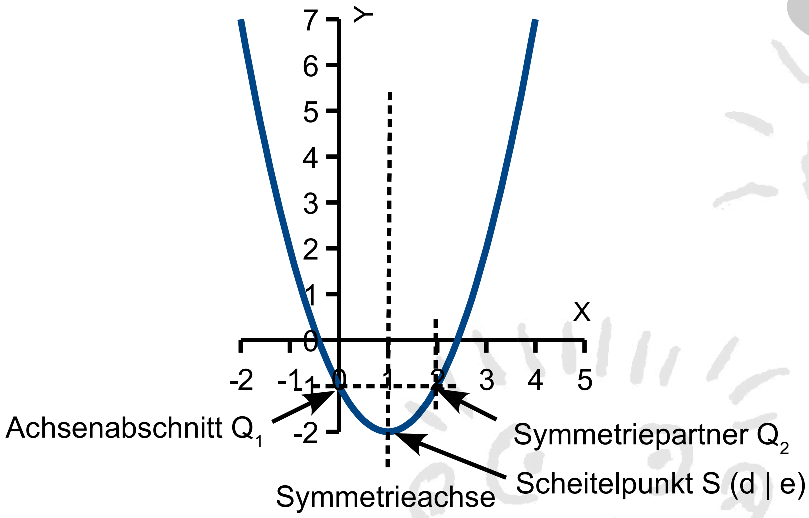
$$x_{N1\,,\,N2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$N_1\,(\,x_{N1}\,|\,0\,) \qquad N_2\,(\,x_{N2}\,|\,0\,)$$

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de

4. Der Achsenabschnitt und sein Symmetriepartner:

$f(x)=ax^2+bx+c$
$S\ (d \mid e)$



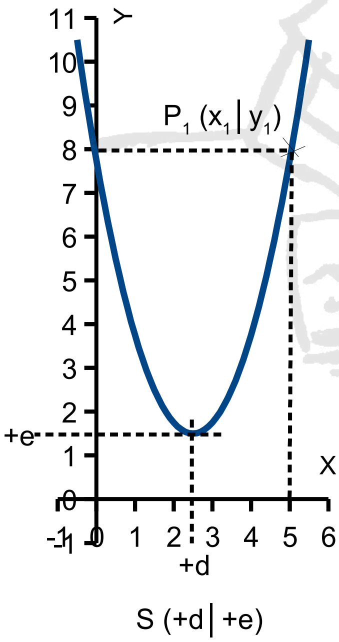
Achsenabschnitt:

$Q_1\ (0 \mid c)$

Symmetriepartner:

$Q_2\ (2d \mid c)$

5. Aufstellen der Funktionsgleichung aus dem Scheitelpunkt S und einem beliebigen Punkt P_1 der Parabel:



$S\ (+d \mid +e)$
$P_1\ (x_1 \mid y_1)$

$$a = \frac{y_1 - e}{(x_1 - d)^2}$$

$$f(x) = a\,(x - d)^2 + e$$

Achtung:

Bei d muß das Vorzeichen

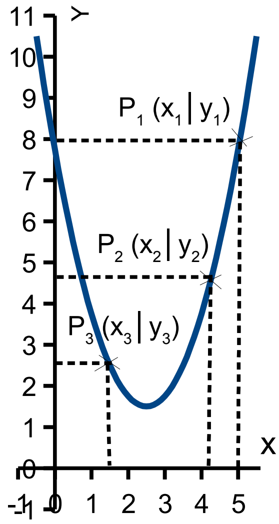
von dem Punkt

gedreht werden !!!

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de

6. Aufstellen der Funktionsgleichung aus drei beliebigen Punkten P_1, P_2 und P_3 der Parabel:

$P_1\ (x_1 \mid y_1)$
$P_2\ (x_2 \mid y_2)$
$P_3\ (x_3 \mid y_3)$



Berechnung von a:

$$a = \frac{(y_2 - y_1)(x_1 - x_3) + (y_3 - y_1)(x_2 - x_1)}{(x_2^2 - x_1^2)(x_1 - x_3) + (x_3^2 - x_1^2)(x_2 - x_1)}$$

Berechnung von b:

$$b = \frac{(y_2 - y_1) - a(x_2^2 - x_1^2)}{x_2 - x_1}$$

Berechnung von c:

$$c = y_1 - ax_1^2 - bx_1$$

7. Beispielrechnung zur Umformung einer Parabelgleichung von der Scheitelpunktsform in die Normalform:

$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)^2+1$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 + 1$$ Scheitelpunktsform

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x-3) + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 3x - 3x + 9) + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2} + 1$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2}$$ Normalform

8. Beispielrechnung zur Umformung einer Parabelgleichung von der Normalform in die Scheitelpunktsform:

$f(x)=0{,}5x^2-3x+5{,}5$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 5{,}5$ | Ausklammern von 0,5

$f(x) = 0{,}5\,[x^2 - 6x + 11]$ | quadratische Ergänzung $6 : 2 = 3 \Rightarrow 3^2$

$f(x) = 0{,}5\,[x^2 - 6x + 3^2 + 11 - 3^2]$ | Umschreiben der binomischen Formel

$f(x) = 0{,}5\,[(x-3)^2 + 11 - 9]$ | Zusammenfassen des Restes

$f(x) = 0{,}5\,[(x-3)^2 + 2]$ | Einmultiplizieren der 0,5 in die eckige Klammer

$f(x) = 0{,}5\,(x-3)^2 + 1$

9. Beispielrechnung zur Umformung einer Parabelgleichung von der Normalform in die Scheitelpunktsform mit der Formel für den Scheitelpunkt:

$f(x)=0{,}5x^2-3x+5{,}5$

$$S\left(\frac{-b}{2a}\,\middle|\,c-\frac{(b)^2}{4a}\right)$$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 5{,}5$

$a = 0{,}5 \quad b = -3 \quad c = 5{,}5$

$$S\left(\frac{-(-3)}{2\cdot 0{,}5}\,\middle|\,5{,}5-\frac{(-3)^2}{4\cdot 0{,}5}\right)$$

$S\ (3\,|\,1)$

$f(x) = 0{,}5\,(x-3)^2 + 1$

Förderunterricht Blum
www.modern-lernen.de